Operációkutatás vizsgatematika, 2022/2023 őszi félév

1. Dijkstra algoritmus, legolcsóbb utak aciklikus irányított gráfban, legolcsóbb utak fenyője. PERT módszer (1.3.1-1.3.3 fejezetek)

2. Konzervatív költségfüggvény, megengedett potenciál. Bellman-Ford algoritmus (a legolcsóbb sv sétákat számoló változat), Gallai tétel, Duffin tétel (1.3.4-1.3.6; tenzió és javító utas algoritmus nem kell)

3. Párosítások páros gráfban, Kőnig tétel. Magyar módszer, Egerváry tétele, maximális súlyú párosítás keresése (1.4.1, 1.4.2, plusz az előadásról extrém párosítások keresése)

4. Folyamok és áramok. Hoffman tétel, Maximális folyam minimális vágás tétel bizonyítása Hoffman tételből, megengedett áram keresése folyamokkal. Ford-Fulkerson növelő utas algoritmus (1.5, 1.6.1)

5. Legrövidebb úton javítás (Edmonds, Karp; Dinits), skálázási technika. Minimális költségű k nagyságú folyam minden k-ra (1.6; fonatok nem kellenek, elég az előadáson szereplő egyszerűbb algoritmust tudni)

6. Egyenletrendszer megoldhatósága. Poliéderek, lapok, oldalak, csúcsok, dimenzió. Generált kúp, metszetkúp. Eltolási altér, iránykúp, egy pont mozgásvektorai és a megengedett irányok kúpja. Csúcsok, minimális oldalak jellemzése (3.2, 3.3.2, 3.3.3)

7. Fourier-Motzkin elimináció. Minden generált kúp előáll metszetkúpként. Farkas Lemma. Minden metszetkúp előáll generált kúpként. (3.4.1, 3.4.2 – utóbbiból csak ami előadáson volt)

8. Lineáris és logikai következmény. Bázismegoldás, erős bázismegoldás. Erős bázismegoldás létezése, jellemzés mint tartalmazásra minimális tartójú eleme egy minimális oldalnak és mint részrendszer egyértelmű megoldása. (3.3.1, 3.5.3)

9. Poliéder nemürességének és iránymenti korlátosságának jellemzése. Optimális megoldás jellemzése. Erős dualitás tétel (alternatíva-tétel). (4.1, 4.2, utóbbiból 4.2.4. fejezet nem kell)

10. TU mátrixok, egészértékű erős bázismegoldások. Irányított gráf és páros gráf incidenciamátrixa TU. Kőnig tétel, Egerváry tétel TU-s bizonyítása. Farkas Lemma TU mátrixos változata, Hoffman tétel bizonyítása. (5.1.1, 5.1.2, 5.2.1, 5.2.3, 5.2.4)

11. Szimplex módszer a Farkas Lemmára. Bland szabály. Optimalizálási feladat visszavezetése abban az esetben, ha létezik optimális megoldás (3.5.2)

Jegyzet: `http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/_Frank_Kiraly_Operaciokut.pdf`

Ami elengedhetetlen a sikeres vizsgához (beugró kérdések):

Alapfogalmak: legolcsóbb utak fenyője, konzervatív költségfüggvény, párosítás, súlyozott lefogás, folyam, áram, generált kúp, metszetkúp, poliéder, politóp, tengelymenti vetület, oldal, csúcs, bázismegoldás, erős bázismegoldás, teljesen unimoduláris mátrix.

Algoritmusok, melyek lépéseit tudni kell: legolcsóbb út aciklikus digráfban, Dijkstra, Bellman-Ford, Magyar módszer, Ford-Fulkerson algoritmus max folyamra, Fourier-Motzkin elimináció, szimplex algoritmus Farkas lemmára.

Tételek: Fredholm (2.2.9. tétel), Gallai, Legolcsóbb utak részgráfja (1.3.14. télel), Kőnig, Egerváry, Max-folyam min-vágás, Hoffman, lineáris és logikai következmény, minimális oldalak jellemzése, erős bázismegoldások jellemzése (3.3.11. tétel) , poliéder nemürességének és a célfüggvény korlátosságának jellemzése, Farkas lemma, Dualitás tétel, TU Farkas lemma