Operációkutatás I, 3. gyakorlat 2010. szeptember 27.

1. Dolgozz ki algoritmust pontsúlyozott részbenrendezett halmaz maximális súlyú láncának megkeresésére.

2. Adott egy páros gráf, mindkét osztályában n ponttal: $a_1, \ldots, a_n$ és $b_1, \ldots, b_n$. Adj algoritmus maximális méretű olyan párosítás keresésére, ami nem tartalmaz „keresztező" éleket, azaz olyan $a_j b_k$ és $a_l b_m$ éleket, hogy $j < l$ és $m < k$.

3. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein és egy megengedett potenciál. Igazold, hogy ha P olyan $s - t$ út, amely csupa pontos élből áll (azaz $\pi(v) - \pi(u) = c(uv)$), akkor P legolcsóbb $s - t$ út. Létezhet olyan legolcsóbb $s - t$ út, ami nem csupa pontos élből áll?

4. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein, és tegyük fel hogy az s csúcsból minden csúcs elérhető. Mustasd meg, hogy azok között a megengedett potenciálok között, ahol $\pi(s) = 0$, van olyan, ahol minden más v csúcsra $\pi(v)$ legalább akkora, mint bármely más megengedett potenciálnál.

5. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein és minden ponton egy alsó és egy felső korlát. Hogyan lehet eldönteni, hogy létezik-e megengedett potenciál a megadott korlátok között?

6. Adott egy $D = (V, A)$ digráf. Jellemezd a tenziók $\mathbb{R}^A$-beli alterének ortogonális kiegészítő alterét!

7. **Beadandó.** Adj polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy egy digráf konzervatív súlyozására nézve létezik-e nulla súlyú kör.

Operációkutatás I, 3. gyakorlat 2010. szeptember 27.

1. Dolgozz ki algoritmust pontsúlyozott részbenrendezett halmaz maximális súlyú láncának megkeresésére.

2. Adott egy páros gráf, mindkét osztályában n ponttal: $a_1, \dots, a_n$ és $b_1, \dots, b_n$. Adj algoritmus maximális méretű olyan párosítás keresésére, ami nem tartalmaz „keresztező” éleket, azaz olyan $a_j b_k$ és $a_l b_m$ éleket, hogy $j < l$ és $m < k$.

3. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein és egy megengedett potenciál. Igazold, hogy ha P olyan $s-t$ út, amely csupa pontos élből áll (azaz $\pi(v) - \pi(u) = c(uv)$), akkor P legolcsóbb $s-t$ út. Létezhet olyan legolcsóbb $s-t$ út, ami nem csupa pontos élből áll?

4. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein, és tegyük fel hogy az s csúcsból minden csúcs elérhető. Mustasd meg, hogy azok között a megengedett potenciálok között, ahol $\pi(s) = 0$, van olyan, ahol minden más v csúcsra $\pi(v)$ legalább akkora, mint bármely más megengedett potenciálnál.

5. Adott egy konzervatív költségfüggvény egy digráf élein és minden ponton egy alsó és egy felső korlát. Hogyan lehet eldönteni, hogy létezik-e megengedett potenciál a megadott korlátok között?

6. Adott egy $D = (V, A)$ digráf. Jellemezd a tenziók $\mathbb{R}^A$-beli alterének ortogonális kiegészítő alterét!

7. **Beadandó.** Adj polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy egy digráf konzervatív súlyozására nézve létezik-e nulla súlyú kör.