

1. Adott m darab munka és k darab gép. Egy munkát bármelyik gépen végezhetünk, és bármelyiken egységnyi idő alatt készül el. Egy gépen egyszerre csak egy munkát végezhetünk, és azt nem szakíthatjuk meg. Ha a j -edik munkát a t időpontban fejezzük be, annak költsége $c_j(t)$, ahol c_j monoton növekvő függvény. Célunk az összköltség minimalizálása. Mutasd meg, hogy ez a feladat megoldható a Magyar Módszerrel.
2. Igazold, hogy x akkor és csak akkor áram, ha $\varrho_x(v) \leq \delta_x(v)$ fennáll minden v csúcsra. Mutasd meg, hogy ha x áram, akkor $\varrho_x(Z) = \delta_x(Z)$ minden $Z \subseteq V$ halmazra fennáll.
3. Igazold, hogy
 - (a) minden áram körök $0, \pm 1$ -incidencia-vektorainak lineáris kombinációja;
 - (b) minden nemnegatív áram irányított körök incidenciacombinációja;
 - (c) minden $0-1$ áram éldiszjunkt irányított körök incidenciacombinációja.
4. Bizonyítsd be, hogy minden $s-t$ folyam előáll irányított körök és irányított $s-t$ utak nemnegatív lineáris kombinációjaként.
5. Legyen $G = (V, E)$ irányított gráf és $s, t \in V$. Hogyan lehet polinomiális algoritmussal két s -ből t -be menő (végpontjaiktól eltekintve) pontdiszjunkt utat keresni?
6. Vezesd le az MFMC tételből
 - (a) Menger tételének irányított élidegen változatát (azaz egy irányított gráfban akkor és csak akkor létezik k darab élidegen út s -ből t -be, ha minden s -et tartalmazó, t -t nem tartalmazó halmazból legalább k él lép ki);
 - (b) a Hall-tételt (páros gráf egyik osztályát fedő párosítás).
7. Tekintsük az alábbi $D = (V, A)$ irányított gráfot: $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, v_i -ből v_j -be pontosan akkor van él, ha $i < j$. Legyen ez esetben $c(v_i v_j) = j - i$. Adj meg v_1 és v_n között egy maximális folyamot és egy minimális vágást!
8. **Beadandó.** Legyen $G = (V, E)$ irányított gráf, $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$ kapacitásfüggvény és $s, t \in V$ két kijelölt pont. Lássuk be, hogy pontosan akkor létezik tetszőlegesen nagy értékű $s-t$ folyam, ha létezik egy irányított út s -ből t -be melynek minden éle $+\infty$ kapacitású! (Egy folyamban az éleken mindig véges értékek vannak!)

1. Adott m darab munka és k darab gép. Egy munkát bármelyik gépen végezhetünk, és bármelyiken egységnyi idő alatt készül el. Egy gépen egyszerre csak egy munkát végezhetünk, és azt nem szakíthatjuk meg. Ha a j -edik munkát a t időpontban fejezzük be, annak költsége $c_j(t)$, ahol c_j monoton növekvő függvény. Célunk az összköltség minimalizálása. Mutasd meg, hogy ez a feladat megoldható a Magyar Módszerrel.
2. Igazold, hogy x akkor és csak akkor áram, ha $\varrho_x(v) \leq \delta_x(v)$ fennáll minden v csúcsra. Mutasd meg, hogy ha x áram, akkor $\varrho_x(Z) = \delta_x(Z)$ minden $Z \subseteq V$ halmazra fennáll.
3. Igazold, hogy
 - (a) minden áram körök $0, \pm 1$ -incidencia-vektorainak lineáris kombinációja;
 - (b) minden nemnegatív áram irányított körök incidenciacombinációja;
 - (c) minden $0-1$ áram éldiszjunkt irányított körök incidenciacombinációja.
4. Bizonyítsd be, hogy minden $s-t$ folyam előáll irányított körök és irányított $s-t$ utak nemnegatív lineáris kombinációjaként.
5. Legyen $G = (V, E)$ irányított gráf és $s, t \in V$. Hogyan lehet polinomiális algoritmussal két s -ből t -be menő (végpontjaiktól eltekintve) pontdiszjunkt utat keresni?
6. Vezesd le az MFMC tételből
 - (a) Menger tételének irányított élidegen változatát (azaz egy irányított gráfban akkor és csak akkor létezik k darab élidegen út s -ből t -be, ha minden s -et tartalmazó, t -t nem tartalmazó halmazból legalább k él lép ki);
 - (b) a Hall-tételt (páros gráf egyik osztályát fedő párosítás).
7. Tekintsük az alábbi $D = (V, A)$ irányított gráfot: $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, v_i -ből v_j -be pontosan akkor van él, ha $i < j$. Legyen ez esetben $c(v_i v_j) = j - i$. Adj meg v_1 és v_n között egy maximális folyamot és egy minimális vágást!
8. **Beadandó.** Legyen $G = (V, E)$ irányított gráf, $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$ kapacitásfüggvény és $s, t \in V$ két kijelölt pont. Lássuk be, hogy pontosan akkor létezik tetszőlegesen nagy értékű $s-t$ folyam, ha létezik egy irányított út s -ből t -be melynek minden éle $+\infty$ kapacitású! (Egy folyamban az éleken mindig véges értékek vannak!)