Operációkutatás vizsgatematika, 2025/2026 őszi félév

1. Konzervatív költségfüggvény, megengedett potenciál. Bellman-Ford algoritmus (a legolcsóbb sv sétákat számoló változat), Gallai tétel, Duffin tétel (1.3.4-1.3.6; tenzió és javító utas algoritmus nem kell)
2. Párosítások páros gráfban, Kőnig tétel. Magyar módszer, Egerváry tétele, maximális súlyú párosítás keresése (1.4.1, 1.4.2)
3. Áramok, Hoffman tétel. Maximális folyam minimális vágás tétel bizonyítása Hoffman tételből (1.5)
4. Skálázási technika maximális folyamra. Minimális költségű k nagyságú folyam minden k-ra (1.6; fonatok nem kellenek, elég a jegyzet kiegészítésben szereplő algoritmust tudni)
5. Egyenletrendszer megoldhatósága. Poliéderek, lapok, oldalak, csúcsok, dimenzió. Eltolási altér, iránykúp, egy pont mozgásvektorai és a megengedett irányok kúpja (algebrai és geometriai jellemzés is). Csúcsok, minimális oldalak jellemzése (3.2, 3.3.2, 3.3.3)
6. Generált kúp, metszetkúp. Fourier-Motzkin elimináció. Minden generált kúp előáll metszetkúpként. Farkas Lemma. (3.4.1, 3.4.2)
7. Minden metszetkúp előáll generált kúpként. Poliéder előáll mint politóp és generált kúp összege. Poliéder nemürességének jellemzése. (3.4.2; 3.5.2. Tétel)
8. Bázismegoldás, erős bázismegoldás. Erős bázismegoldás létezése, jellemzés mint nemszinguláris részrendszer egyértelmű megoldása és mint tartalmazásra minimális tartójú eleme egy minimális oldalnak.Poliéder iránymenti korlátosságának jellemzése. (3.3.1, 4.1)
9. Gyenge dualitás tétel. Optimális megoldás létezése. Erős dualitás tétel, négy alternatíva tétel. Optimalitási feltételek (4.2, de 4.2.4. fejezet nem kell)
10. TU mátrixok, egészértékű erős bázismegoldások. Irányított gráf és páros gráf incidencia-mátrixa TU. Kőnig tétel, Egerváry tétel TU-s bizonyítása. Farkas Lemma TU mátrixos változata, Gallai tétel bizonyítása. (5.1.1, 5.1.2, 5.2.1, 5.2.3, 5.2.4)
11. Megengedettségi szimplex módszer, végesség Bland szabállyal (3.5.2)
12. Konvex halmazok, konvex elválasztási tételek, Farkas lemma bizonyítása ezekkel. Konvex függvény definíciója, lokális és globális minimum, szubgradiens létezése. (jegyzet kiegészítés külön fájlban)

Jegyzet: `http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/_Frank_Kiraly_Operaciokut.pdf`
Kiegészítés: `https://tkiraly.web.elte.hu/students/opkut_jegyzet_kiegeszites.pdf`

Ami elengedhetetlen a sikeres vizsgához (beugró kérdések):

Alapfogalmak: konzervatív költségfüggvény, megengedett potenciál, párosítás, súlyozott lefogás, folyam, áram, folyam nagysága, poliéder, politóp, generált kúp, metszetkúp, eltolási altér, iránykúp, tengelymenti vetület, oldal, csúcs, bázismegoldás, erős bázismegoldás, optimalitási feltételek, teljesen unimoduláris mátrix, incidencia-mátrix, konvex függvény, szubgradiens.

Algoritmusok, melyek lépéseit tudni kell: Bellman-Ford, Magyar módszer, skálázási algoritmus max folyamra, minimális költségű k nagyságú folyam, Fourier-Motzkin elimináció, megengedettségi szimplex algoritmus.

Tételek: Fredholm (2.2.9. tétel), Gallai, Duffin, Legolcsóbb utak részgráfja (1.3.14. télel), Kőnig, Egerváry, Max-folyam min-vágás, Hoffman, minimális oldalak jellemzése, erős bázismegoldások jellemzése (3.3.11. tétel) , poliéder nemürességének és a célfüggvény korlátosságának jellemzése, Farkas lemma, Dualitás tétel, TU Farkas lemma, konvex szeparációs tételek (zárt és nem feltétlenül zárt eset)