

A beadandó feladat megoldását \LaTeX szövegszerkesztővel kell elkészíteni, és a következő gyakorlaton kell beadni, vagy kinyomtatva, vagy pdf-ben elküldve. További információk a http://www.cs.elte.hu/~tkiraly/students/opkut1_2011.html oldalon találhatóak.

1. Az alább felsorolt gráftulajdonságoknál tudsz-e könnyen ellenőrizhető bizonyítékot adni arra, hogy egy gráf rendelkezik a tulajdonsággal? És arra, hogy nem rendelkezik? Tudsz-e gyors algoritmust adni, ami ellenőrzi, hogy a gráf rendelkezik-e a tulajdonsággal?
 - (a) a G gráf összefüggő
 - (b) a D irányított gráf aciklikus
 - (c) a G gráfban van Hamilton-kör (azaz olyan kör, ami az összes csúcson átmegy)
 - (d) a G gráf páros (azaz 2 színnel színezhető)
 - (e) a G gráf háromszögmentes
 - (f) a D nemnegatív élköltséges irányított gráfban a legolcsóbb $s - t$ út legfeljebb k hosszú
 - (g) a D irányított gráfban a leghosszabb $s - t$ út legfeljebb k hosszú
2. Igazold, hogy ha egy gráfban létezik az s csúcsból a t csúcsba séta, akkor létezik út is.
3. Egy páros gráf élei pirossal és kézzel vannak színezve. Adj polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy két adott pont közt létezik-e olyan út, amelynek az élei felváltva pirosak és kékek.
4. Bizonyítsd be, hogy egy P részbenrendezett halmazban a leghosszabb lánc elemszáma egyenlő a P -t fedő antilánckok minimális számával. Adj polinomiális algoritmust a leghosszabb lánc megtalálására.
5. Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf, az élein c_1 és c_2 nemnegatív távolságfüggvények, és két pont $s, t \in V$. Keressünk olyan irányított, s -ből t -be menő, c_1 szerint legrövidebb utat D -ben, ami a c_1 szerint legrövidebb utak között c_2 szerint legrövidebb.
6. **Beadandó.** Egy olyan irányított $F = (S, E)$ fát, amelynek minden pontja elérhető irányított úton az s csúcsból, s -fenyőnek nevezünk. Mutasd meg, hogy egy irányított fa akkor és csak akkor s -fenyő, ha az s csúcs befoka nulla, a többi csúcs befoka pedig egy.

A beadandó feladat megoldását \LaTeX szövegszerkesztővel kell elkészíteni, és a következő gyakorlaton kell beadni, vagy kinyomtatva, vagy pdf-ben elküldve. További információk a http://www.cs.elte.hu/~tkiraly/students/opkut1_2011.html oldalon találhatóak.

1. Az alább felsorolt gráftulajdonságoknál tudsz-e könnyen ellenőrizhető bizonyítékot adni arra, hogy egy gráf rendelkezik a tulajdonsággal? És arra, hogy nem rendelkezik? Tudsz-e gyors algoritmust adni, ami ellenőrzi, hogy a gráf rendelkezik-e a tulajdonsággal?
 - (a) a G gráf összefüggő
 - (b) a D irányított gráf aciklikus
 - (c) a G gráfban van Hamilton-kör (azaz olyan kör, ami az összes csúcson átmegy)
 - (d) a G gráf páros (azaz 2 színnel színezhető)
 - (e) a G gráf háromszögmentes
 - (f) a D nemnegatív élköltséges irányított gráfban a legolcsóbb $s - t$ út legfeljebb k hosszú
 - (g) a D irányított gráfban a leghosszabb $s - t$ út legfeljebb k hosszú
2. Igazold, hogy ha egy gráfban létezik az s csúcsból a t csúcsba séta, akkor létezik út is.
3. Egy páros gráf élei pirossal és kézzel vannak színezve. Adj polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy két adott pont közt létezik-e olyan út, amelynek az élei felváltva pirosak és kékek.
4. Bizonyítsd be, hogy egy P részbenrendezett halmazban a leghosszabb lánc elemszáma egyenlő a P -t fedő antilánckok minimális számával. Adj polinomiális algoritmust a leghosszabb lánc megtalálására.
5. Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf, az élein c_1 és c_2 nemnegatív távolságfüggvények, és két pont $s, t \in V$. Keressünk olyan irányított, s -ből t -be menő, c_1 szerint legrövidebb utat D -ben, ami a c_1 szerint legrövidebb utak között c_2 szerint legrövidebb.
6. **Beadandó.** Egy olyan irányított $F = (S, E)$ fát, amelynek minden pontja elérhető irányított úton az s csúcsból, s -fenyőnek nevezünk. Mutasd meg, hogy egy irányított fa akkor és csak akkor s -fenyő, ha az s csúcs befoka nulla, a többi csúcs befoka pedig egy.