Operációkutatás I, 10. gyakorlat 2011. november 30.

1. Tegyük fel, hogy az $Ax = b$ rendszer megoldható. Legyen A' az A maximálisan sok lineárisan független sorából alkotott részmátrix és b' a b megfelelő része. Mutasd meg, hogy ekkor az $A'x = b'$ tetszőleges x^* megoldására $Ax^* = b$.

2. Mutasd meg, hogy tetszőleges valós mátrix magtere és sortere ortogonális kiegészítő alterek.

3. Írjuk fel a síkon két adott pont által meghatározott szakaszt poliéderként!

4. Tekintsük a
$$\begin{array}{rcrcl} 3x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & - & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \end{array}$$
egyenlőtlenség-rendszerrel leírt poliédert. Határozzuk meg a csúcsait, a karakterisztikus alterét és kúpját, továbbá adjunk meg olyan c vektort (ha létezik), hogy cx ne legyen felülről korlátos a poliéderen.

5. Igazoljuk, hogy az $yA \geq 0$, $yb = -1$ rendszer egy y_0 megoldása akkor és csak akkor bázismegoldás, ha az A-ból kiválasztható, az y_0-ra merőleges oszlopok maximális száma $r(A, b) - 1$.

6. Legyen a $D = (V, A)$ irányított gráf incidencia-mátrixa M, és legyen $c\colon A \to \mathbb{R}$ súlyozás. Egy $\pi M \leq c$ megengedett potenciált keresünk. Hogyan követhető végig a Fourier-Motzkin elimináció?

7. **Beadandó.** Az $Ax \leq b$ rendszer sorainak egy részhalmaza *élesíthető*, ha ezeken szigorú egyenlőtlenséget megkövetelve is van megoldás. Igazoljuk, hogy élesíthető halmazok uniója is élesíthető.

Operációkutatás I, 10. gyakorlat 2011. november 30.

1. Tegyük fel, hogy az $Ax = b$ rendszer megoldható. Legyen A' az A maximálisan sok lineárisan független sorából alkotott részmátrix és b' a b megfelelő része. Mutasd meg, hogy ekkor az $A'x = b'$ tetszőleges x^* megoldására $Ax^* = b$.

2. Mutasd meg, hogy tetszőleges valós mátrix magtere és sortere ortogonális kiegészítő alterek.

3. Írjuk fel a síkon két adott pont által meghatározott szakaszt poliéderként!

4. Tekintsük a
$$\begin{array}{rcrcl} 3x_1 & + & x_2 & \le & 4 \\ x_1 & + & 2x_2 & \le & 4 \\ x_1 & - & x_2 & \le & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \le & 2 \end{array}$$
egyenlőtlenség-rendszerrel leírt poliédert. Határozzuk meg a csúcsait, a karakterisztikus alterét és kúpját, továbbá adjunk meg olyan c vektort (ha létezik), hogy cx ne legyen felülről korlátos a poliéderen.

5. Igazoljuk, hogy az $yA \ge 0$, $yb = -1$ rendszer egy y_0 megoldása akkor és csak akkor bázismegoldás, ha az A-ból kiválasztható, az y_0-ra merőleges oszlopok maximális száma $r(A, b) - 1$.

6. Legyen a $D = (V, A)$ irányított gráf incidencia-mátrixa M, és legyen $c\colon A \to \mathbb{R}$ súlyozás. Egy $\pi M \le c$ megengedett potenciált keresünk. Hogyan követhető végig a Fourier-Motzkin elimináció?

7. **Beadandó.** Az $Ax \le b$ rendszer sorainak egy részhalmaza *élesíthető*, ha ezeken szigorú egyenlőtlenséget megkövetelve is van megoldás. Igazoljuk, hogy élesíthető halmazok uniója is élesíthető.