

Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf. Egy $x : A \rightarrow \mathbb{R}$ függvény **áram**, ha minden vágásban a belépő és kilépő éleken ugyanannyi az összeg. Egy $x : A \rightarrow \mathbb{R}$ függvény **tenzió**, ha minden körön az egyik irányba menő éleken ugyanannyi az összeg, mint a másik irányba menőkön.

1. Igazold, hogy az áramok is és a tenziók is alteret alkotnak. Mi ennek a két alternek az egymáshoz való viszonya?
2. Mutasd meg, hogy x pontosan akkor áram, ha $\rho_x(v) \leq \delta_x(v)$ minden v csúcsra.
3. Legyen $D = (V, A)$ aciklikus irányított gráf, $s, t \in V$ kijelölt csúcsok, és $c : A \rightarrow \mathbb{R}$ súlyfüggvény. Adjunk polinomiális algoritmust, ami eldönti, hogy van-e $s - t$ út, amin az élsúlyok átlaga (a) legfeljebb 10, (b) legalább 10.
4. Adott egy páros gráf, mindkét osztályában n ponttal: a_1, \dots, a_n és b_1, \dots, b_n . Adj algoritmus maximális méretű olyan párosítás keresésére, ami nem tartalmaz „keresztelő” éleket, azaz olyan $a_j b_k$ és $a_l b_m$ éleket, hogy $j < l$ és $m < k$.
5. **Beadandó.** Mutasd meg, hogy erősen összefüggő digráfban x akkor és csak akkor tenzió, ha tetszőleges irányított kör élein x összege 0.

Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf. Egy $x : A \rightarrow \mathbb{R}$ függvény **áram**, ha minden vágásban a belépő és kilépő éleken ugyanannyi az összeg. Egy $x : A \rightarrow \mathbb{R}$ függvény **tenzió**, ha minden körön az egyik irányba menő éleken ugyanannyi az összeg, mint a másik irányba menőkön.

1. Igazold, hogy az áramok is és a tenziók is alteret alkotnak. Mi ennek a két altérnek az egymáshoz való viszonya?
2. Mutasd meg, hogy x pontosan akkor áram, ha $\rho_x(v) \leq \delta_x(v)$ minden v csúcsra.
3. Legyen $D = (V, A)$ aciklikus irányított gráf, $s, t \in V$ kijelölt csúcsok, és $c : A \rightarrow \mathbb{R}$ súlyfüggvény. Adjunk polinomiális algoritmust, ami eldönti, hogy van-e $s - t$ út, amin az élsúlyok átlaga (a) legfeljebb 10, (b) legalább 10.
4. Adott egy páros gráf, mindkét osztályában n ponttal: a_1, \dots, a_n és b_1, \dots, b_n . Adj algoritmus maximális méretű olyan párosítás keresésére, ami nem tartalmaz „keresztelő” éleket, azaz olyan $a_j b_k$ és $a_l b_m$ éleket, hogy $j < l$ és $m < k$.
5. **Beadandó.** Mutasd meg, hogy erősen összefüggő digráfban x akkor és csak akkor tenzió, ha tetszőleges irányított kör élein x összege 0.