Operációkutatás I, 6. gyakorlat 2011. október 19.

1. Igazoljuk algoritmikusan, hogy egy P részbenrendezett halmazban a leghosszabb antilánc elemszáma egyenlő a P-t fedő láncok minimális számával! Tipp: duplázzuk meg az alaphalmazt, és csináljunk egy páros gráfot a részbenrendezés alapján.

2. A Nemzeti Sport szerkesztősége elhatározta, hogy a Londonban megrendezésre kerülő olimpia valamennyi eseményére saját tudósítót küld. Rendelkezésre áll az események pontos kezdési időpontja, időtartama és helyszíne. A gondos szervezők készítettek ezenkívül egy táblázatot, amiben feltüntették, mennyi idő alatt lehet eljutni egy helyszínről egy másikra. Adjunk (erősen polinomiális) eljárást a kiküldendő újságírók minimális számának meghatározására.

3. Legyen $G = (V, E)$ egy páros gráf, $c : E \to \mathbb{R}$ egy súlyfüggvény, és $\pi : V \to \mathbb{R}$ egy minimális összértékű súlyozott lefogás. (Egy $\pi : V \to \mathbb{R}$ függvény súlyozott lefogás, ha $\pi(u) + \pi(v) \geq c(uv)$ minden $uv \in E$ élre.) Jelölje $G_\pi = (V, E_\pi)$ a pontos élek gráfját, azaz

$$E_\pi = \{uv \in E : \ \pi(u) + \pi(v) = c(uv)\}.$$

   Bizonyítsd be, hogy G-nek egy M teljes párosítása akkor és csak akkor maximális súlyú, ha $M \subseteq E_\pi$.

4. **Beadandó (szünet után).** Mutassunk példát olyan G páros gráfra nemnegatív élsúlyokkal, ahol van teljes párosítás, és minden minimális π súlyozott lefogásban van olyan v pont, amire $\pi(v) < 0$. Van-e olyan példa ahol G teljes páros gráf?

Operációkutatás I, 6. gyakorlat 2011. október 19.

1. Igazoljuk algoritmikusan, hogy egy P részbenrendezett halmazban a leghosszabb antilánc elemszáma egyenlő a P-t fedő láncok minimális számával! Tipp: duplázzuk meg az alaphalmazt, és csináljunk egy páros gráfot a részbenrendezés alapján.

2. A Nemzeti Sport szerkesztősége elhatározta, hogy a Londonban megrendezésre kerülő olimpia valamennyi eseményére saját tudósítót küld. Rendelkezésre áll az események pontos kezdési időpontja, időtartama és helyszíne. A gondos szervezők készítettek ezenkívül egy táblázatot, amiben feltüntették, mennyi idő alatt lehet eljutni egy helyszínről egy másikra. Adjunk (erősen polinomiális) eljárást a kiküldendő újságírók minimális számának meghatározására.

3. Legyen $G = (V, E)$ egy páros gráf, $c : E \to \mathbb{R}$ egy súlyfüggvény, és $\pi : V \to \mathbb{R}$ egy minimális összértékű súlyozott lefogás. (Egy $\pi : V \to \mathbb{R}$ függvény súlyozott lefogás, ha $\pi(u) + \pi(v) \geq c(uv)$ minden $uv \in E$ élre.) Jelölje $G_\pi = (V, E_\pi)$ a pontos élek gráfját, azaz

$$E_\pi = \{uv \in E : \ \pi(u) + \pi(v) = c(uv)\}.$$

Bizonyítsd be, hogy G-nek egy M teljes párosítása akkor és csak akkor maximális súlyú, ha $M \subseteq E_\pi$.

4. **Beadandó (szünet után).** Mutassunk példát olyan G páros gráfra nemnegatív élsúlyokkal, ahol van teljes párosítás, és minden minimális π súlyozott lefogásban van olyan v pont, amire $\pi(v) < 0$. Van-e olyan példa ahol G teljes páros gráf?